第 16 講　方程式・不等式への応用

PART1　高次方程式の実数解の個数

1　x についての方程式 $3x^4-4x^3-12x^2-a=0$ が次の条件を満たすような，定数 a の値の範囲を求めよ。

(1)　4 個の異なる実数解をもつ。

(2)　異なる実数解を 2 個だけもち，それらがともに正の数である。

Point Pickup

方程式 $f(x)=a$ の実数解 $\Longleftrightarrow$ 関数 $y=f(x)$ のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標

第16講　PART1　確認問題

1　x についての方程式 $x^4-4x^3-12x^2+32x-a=0$ が次の条件を満たすとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

選択肢は最も適切なものを選べ。

(1)　2個の異なる実数解をもつ。

　　ア

(2)　3個の異なる正の実数解と，1個の負の実数解をもつ。

　　イ

① $a\leqq 0$　② $a\geqq 0$　③ $0<a<17$

④ $a=17$　⑤ $a\geqq 17$　⑥ $a>17$

⑦ $a<-64$　⑧ $a=-64$

⑨ $a=-64,\ a>17$　⑩ $-64<a<17$

第 16 講　方程式・不等式への応用

PART1　高次方程式の実数解の個数

1　x についての方程式 $3x^4-4x^3-12x^2-a=0$ が次の条件を満たすような，定数 a の値の範囲を求めよ。

(1)　4 個の異なる実数解をもつ。

(2)　異なる実数解を 2 個だけもち，それらがともに正の数である。

方程式を変形すると $3x^4-4x^3-12x^2=a$

よって，この方程式の異なる実数解およびその個数は

4 次関数　$y=3x^4-4x^3-12x^2$ …… ①

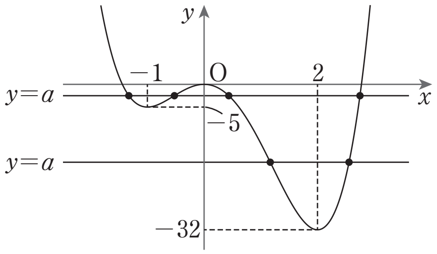
のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標および個数と一致する。

①より

$$y'=12x^3-12x^2-24x=12x(x^2-x-2)$$
$$=12x(x+1)(x-2)$$

よって，①の増減表は以下。①のグラフは右図。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	-5	↗	0	↘	-32	↗



①のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標および個数を考える。

(1)　グラフより $-5<a<0$

(2)　グラフより $-32<a<-5$

第16講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] ア：⑨，イ：③

[解説]

方程式を変形すると　$x^4-4x^3-12x^2+32x=a$

ここで　$y=x^4-4x^3-12x^2+32x$ ……(＊)

とすると，方程式の異なる実数解およびその個数は，(＊)のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標および個数と一致する。[A]

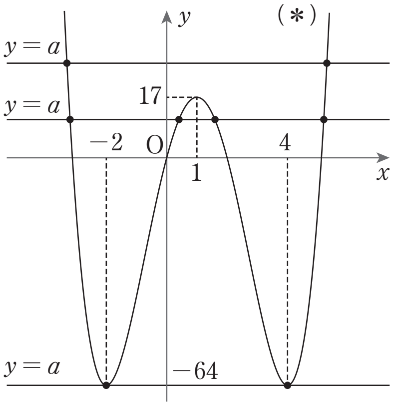
[A]　方程式 $f(x)=a$ の実数解
$\Longleftrightarrow$ 関数 $y=f(x)$ のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標

$y'=4x^3-12x^2-24x+32=4(x-1)(x^2-2x-8)$
$=4(x+2)(x-1)(x-4)$

よって，y の増減表は次のようになる。

x	…	-2	…	1	…	4	…
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	極小 -64	↗	極大 17	↘	極小 -64	↗

ゆえに，(＊)のグラフは次図。



(＊)のグラフと直線 $y=a$ の共有点の x 座標および個数を考える。

(1)　グラフより，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{a=-64,\ a>17}$$

(2)　グラフより，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{0<a<17}$$